



Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática



Plano de Ensino

Semestre 2025/2

I. Identificação da disciplina

Código	Nome da disciplina	Horas-aula semanais			Horas-aula semestrais
MTM3490	Introdução à Topologia	Teóricas: 6	Práticas: 0	Extensão: 0	108

II. Professor(es) ministrante(s)

Fernando de Lacerda Mortari (fernando.mortari@ufsc.br).

III. Pré-requisitos

MTM3430 – Análise na Reta

IV. Curso(s) para o(s) qual(is) a disciplina é oferecida

Matemática – Licenciatura (turma 06223)

V. Ementa

Métrica. Espaços métricos: noções topológicas, sequências, espaços métricos completos, continuidade, continuidade uniforme, compacidade, conexidade.

VI. Objetivos

Ao final deste curso o aluno deve dominar os conceitos e noções básicas de topologia no contexto dos espaços métricos.

VII. Conteúdos programáticos

Conteúdo Teórico:

Unidade 1. Espaços métricos.

- 1.1. Métrica sobre um conjunto.
- 1.2. Espaço métrico.
- 1.3. Conjunto limitado e diâmetro de um conjunto, em um espaço métrico.
- 1.4. Distância de um ponto a um conjunto e distância de um conjunto a outro, em um espaço métrico.
- 1.5. Bola aberta, bola fechada e esfera, em um espaço métrico.
- 1.6. Subespaço métrico.
- 1.7. Caracterização de bolas em subespaços métricos em termos das bolas no espaço original.

Unidade 2. Conceitos básicos de topologia em espaços métricos.

- 2.1. Ponto interior de um conjunto e interior de um conjunto, em um espaço métrico.
- 2.2. Conjunto aberto em um espaço métrico.
 - 2.2.1. União arbitrária de abertos é aberto.
 - 2.2.2. Intersecção finita de abertos é aberto.
 - 2.2.3. Intersecção infinita de abertos pode não ser aberto.
- 2.3. Ponto de fronteira e fronteira de um conjunto, em um espaço métrico.
- 2.4. Ponto aderente de um conjunto e aderência (fecho) de um conjunto, em um espaço métrico.
- 2.5. Conjunto fechado em um espaço métrico.
 - 2.5.1. Intersecção arbitrária de fechados é fechado.
 - 2.5.2. União finita de fechados é fechado.
 - 2.5.3. União infinita de fechados pode não ser fechado.
- 2.6. Conjunto denso em um espaço métrico.

VII. Conteúdos programáticos (continuação)

- 2.7. Ponto limite (de acumulação) de um conjunto em um espaço métrico.
- 2.8. Sequência em um espaço métrico.
- 2.8.1. Limite de uma sequência em um espaço métrico.
- 2.8.2. Sequência convergente e sequência divergente, em um espaço métrico.
- 2.8.3. Unicidade de limite de sequência convergente em um espaço métrico.
- 2.8.4. Sequência limitada em um espaço métrico.
- 2.9. Subsequência de uma sequência em um espaço métrico.
- 2.10. Caracterizações sequenciais para ponto interior, ponto de fronteira, ponto aderente e ponto limite em espaços métricos. Caracterizações sequenciais resultantes para interior de um conjunto, fronteira de um conjunto, aderência de um conjunto, conjunto aberto, conjunto fechado.

Unidade 3. Continuidade.

- 3.1. Continuidade/descontinuidade em um ponto, de uma função de um espaço métrico em outro.
- 3.2. Função contínua de um espaço métrico em outro.
- 3.3. Caracterização de continuidade por bolas abertas.
- 3.4. Caracterização de continuidade por pré-imagens de conjuntos abertos.
- 3.5. Caracterização de continuidade por sequências.
- 3.6. A composição de funções contínuas é uma função contínua.
- 3.7. Homeomorfismo de um espaço métrico em outro.

Unidade 4. Espaços Métricos Completos.

- 4.1. Sequência de Cauchy.
- 4.2. Espaço métrico completo.
- 4.3. $\mathbb{R}$ com a métrica usual é completo.
- 4.4. Teorema do ponto fixo de Banach.

Unidade 5. Espaços Métricos Compactos.

- 5.1. Cobertura de um subconjunto de um espaço métrico.
- 5.2. Subcobertura de uma cobertura.
- 5.3. Conjunto compacto em um espaço métrico (definição por coberturas).
- 5.4. Caracterização de compacto em um espaço métrico por pontos limite.
- 5.5. Caracterização de compacto em um espaço métrico por sequências.
- 5.6. Produtos cartesianos de espaços compactos.
- 5.7. Teorema de Heine-Borel em $\mathbb{R}^n$.

Unidade 6. Continuidade uniforme.

- 6.1. Função uniformemente contínua de um espaço métrico em outro.
- 6.2. Caracterização de continuidade uniforme por sequências.
- 6.3. Função contínua com domínio compacto é uniformemente contínua.

Unidade 7. Conexidade.

- 7.1. Cisão de um espaço métrico.
- 7.2. Espaço métrico conexo.
- 7.3. Caracterização de conexidade por subconjuntos simultaneamente abertos e fechados.
- 7.4. Subconjunto conexo de um espaço métrico.
- 7.5. Imagem de conexo por função contínua é conexo.
- 7.6. Aderência de conjunto conexo é conexo.
- 7.7. Produtos cartesianos de espaços conexos.
- 7.8. Teorema do valor intermediário para espaços conexos.

Conteúdo Prático:

Não se aplica.

Conteúdo de Extensão:

Não se aplica.

VIII. Metodologia de ensino e desenvolvimento do programa

Serão ministradas aulas presenciais expositivas e dialogadas. A presença será cobrada pela frequência nas aulas.

IX. Metodologia de avaliação

O aluno será avaliado através de três provas presenciais que serão realizadas ao longo do semestre letivo. Será calculada a média aritmética das notas obtidas nas avaliações e será considerado aprovado o aluno que tiver, além de frequência suficiente, média maior ou igual a 6,0.

X. Avaliação final

De acordo com o parágrafo 2º do artigo 70 da Resolução 17/Cun/97, o estudante com frequência suficiente e média das avaliações do semestre de 3,0 a 5,5 terá direito a uma nova avaliação, no final do semestre, abordando todo o conteúdo programático. A nota final desse aluno será calculada através da média aritmética entre a média das avaliações anteriores e a nota na nova avaliação.

XI. Cronogramas

Cronograma Teórico:

A última semana do semestre letivo será para a prova de recuperação. Nas demais semanas do semestre, o conteúdo programático será trabalhado e as três provas presenciais serão realizadas.

Cronograma Prático:

Não se aplica.

Cronograma de Extensão:

Não se aplica.

XII. Bibliografia Básica

- [1] GONÇALVES, Mirian B.; GONÇALVES, Daniel. Elementos de análise, 2. ed, Florianópolis, UFSC/EAD/CED/CFM, 2014. Disponível em: <<https://mtm.grad.ufsc.br/livrosdigitais/>>
- [2] LIMA, Elon L. Espaços métricos. 4. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2009.
- [3] KÜHLKAMP, Nilo. Introdução a topologia geral. 2. ed. rev. e ampl. Florianópolis: Ed. da UFSC, 2002.
- [4] RUDIN, W.; Princípios de análise matemática. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, Brasília, DF: Universidade de Brasília, 1971.

XIII. Bibliografia Complementar

- [1] DOMINGUES, Hygino H. Espaços métricos e introdução a topologia. São Paulo: Atual: Ed. da Universidade de São Paulo, 1982.
- [2] LANG, Serge. Analysis. Reading: Addison Wesley, 1968-69.
- [3] LIMA, Elon L. Elementos de topologia geral. Rio de Janeiro: IMPA, 1969.
- [4] MARSDEN, Jerrold E.; HOFFMAN, Michael J. Elementary classical analysis. 2nd ed. New York: W. H. Freeman, c1993.
- [5] MUNKRES, James R. Topology. 2nd ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2000.

Florianópolis, 19 de junho de 2025

Professor Fernando de Lacerda Mortari
Coordenador da disciplina